

Effetto Compton dimostrazione

$$\begin{array}{llll} \text{Fotone:} & E=hc/\lambda_0 & p_0=h/\lambda_0 & E_1=hc/\lambda & p_1=h/\lambda \\ \text{Elettrone:} & E=m_0c^2 & p_0=0 & E_1=K+m_0c^2 & p_1=p_e \end{array}$$

conservazione energia totale: $\frac{hc}{\lambda_0} + m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda} + K + m_0c^2$

$$K = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} \quad (1)$$

conservazione momento della quantità di moto:

$$\begin{array}{l} x: \quad \frac{h}{\lambda_0} = \frac{h}{\lambda} \cos \beta + p_e \cos \gamma \\ y: \quad 0 = \frac{h}{\lambda} \sin \beta - p_e \sin \gamma \end{array}$$

elaborazioni (energia)

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \quad E^2 = (K + m_0^2 c^4)^2 \quad p^2 c^2 + m_0^2 c^4 = K^2 + m_0^2 c^4 + 2 m_0 c^2 K$$

$$p_e^2 = \frac{K^2 + 2 m_0 c^2 K}{c^2} \quad (2)$$

elaborazioni (momento della quantità di moto)

$$p_e \cos \gamma = \frac{h}{\lambda_0} - \frac{h}{\lambda} \cos \beta \quad p_e \sin \gamma = \frac{h}{\lambda} \sin \beta$$

elevare entrambi i membri al quadrato e sommare membro a membro

$$p_e^2 = \frac{h^2}{\lambda_0^2} + \frac{h^2}{\lambda^2} \cos^2 \beta - \frac{2h^2}{\lambda_0 \lambda} + \frac{h^2}{\lambda^2} \sin^2 \beta \quad p_e^2 = \frac{h^2}{\lambda_0^2} + \frac{h^2}{\lambda^2} - \frac{2h^2}{\lambda_0 \lambda} \cos \beta \quad (3)$$

sostituire la (1) nella (2) ed uguagliare alla (3)

eseguendo lavoro di calcolo si giunge a

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \beta) \quad \text{c.v.d.}$$

dove $\frac{h}{m_0 c} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ detta *lunghezza d'onda Compton*